

# 重组教学内容结构 渗透三层符号意识

## ——“字母表示数”教学设计与分析

李梦娜(江苏省泰州市高港实验学校)

万荣庆(江苏省常州市新北区教师发展中心)

### 1 问题提出

《义务教育数学课程标准》(2011年版)指出:符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律;知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性。因此学生的符号意识主要体现在以下三个层面:第一层,主动运用符号表示数的符号意识,它是展开数学思考的基础;第二层,运用符号表示数量关系和变化规律的符号意识,它关注思考的过程;第三层,使用符号可以进行运算和推理的符号意识,它关注数学的过程与结论。笔者在教学苏科版《义务教育教科书·数学》七年级上册第三章第1节“字母表示数”时,发现教材以两个板块内容编排:一是体会字母的含义与作用。这是初中学生对字母表示数的意义学习,进一步理解字母表示数的作用;二是用字母表示数量关系。这部分内容是教材的重点,其意图是渗透运用符号表示数量关系和变化规律的第二层的符号意识。但对照课标对符号意识的三个层次要求,教材内容并没有从符号意识的三个层面去渗透,而是将重心过多地偏向于第二层,淡化了第一层和第三层。为此,笔者在理解课标对符号意识的诠释以及依据教材内容的基础上,重组教学内容结构,进行了基于整体渗透三层符号意识的教学设计。

### 2 教学重组的设计与分析

#### 2.1 环节1:体会字母的含义与作用

问题1:在日常生活中,人们经常用一些图标来传递某种信息,图1中的字母表示什么意义?



图1

问题2:我们刚刚学习了有理数的加法交换律:两个数相加,交换加数的位置,和不变。我们还常用“ $a+b=b+a$ ”来表示。这里的 $a, b$ 分别表示什么?为什么要用字母来表示,这样有什么好处?

问题3:请同学们观察图形(图2),求三角形的面积。

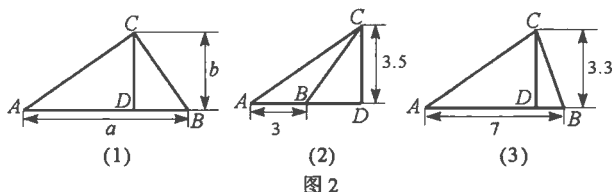


图2

设计说明:本环节设计主要是基于学生的生活经验与知识经验,体会字母表示数的意义与价值,其中的三个问题素材都来自于教材。问题1主要从生活情境中感悟字母所能表达的不同含义,问题2是让学生体会已学过的加法交换律公式中字母的含义,体会为什么要用字母来表示及用 $a, b$ 表示后有什么好处,这里的字母表示具有一般性。问题3是让学生体会已学过的三角形面积公式中字母的含义,并体验用字母表示的过程以及用这些字母表示的好处,促使学生进一步理解字母的作用,同样这里的字母表示也具有一般性。教材中的三个情境分别从生活、代数、几何的视角让学生体会字母表示数的作用,具有代表性,所以在该环节笔者没有对教材内容进行重组。

#### 2.2 环节2:主动用字母表示数

问题1:“小明拾到人民币\_\_\_\_\_元,请失者到教导处认领”。对于这则招领启事,请把它填完整。

问题2:一只青蛙4条腿,两只青蛙8条腿……那么很多只青蛙有多少条腿,你如何来表示?

问题3:用同样大小的小正方形纸片,按图3中的方式拼大正方形。并完成填空:

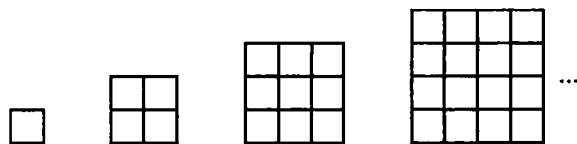


图3

(1)第2个图形比第1个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

第3个图形比第2个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

第4个图形比第3个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

第5个图形比第4个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

第10个图形比第9个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

(2)图3中,第100个图形比第99个图形多\_\_\_\_\_个正方形。

(3)图3中,你能用怎样的方式来表示随意指定的某个图形比它前面一个图形多多少个正方形?

**设计说明:**该环节通过三个问题,着重培养学生主动运用符号去表示数的第一层符号意识,这是符号意识中最基本、最主要的体现。当我们初步知道符号表示数的好处后,面临复杂的问题时,能不能主动用符号去表示数及数量关系是一种数学能力体现。问题1激发学生自主运用符号去解决实际问题,让学生感悟生活中用符号去表示一个确定的但不能告知的数后,给生活带来很大的方便。问题2同样激发学生自主运用符号去进行恰当的表达,让学生感悟可以用符号来表示一个变化过程中的数,体现用符号表示的优越性。问题1与问题2的设计,强化了学生主动运用符号去表示数的第一层符号意识。问题3是教材中的例题,例题的第(3)问原是“写出第 $n$ 个图形比第 $n-1$ 个图形多\_\_\_\_\_个正方形”,给定了 $n$ ,其意图是让学生用符号 $n$ 去表示相应的数量关系,同时从不同的视角去分析相应的数量关系,并探究其中相应规律,这里体现的是第二层符号意识。事实上,大多数教师也是从这个视角设计的。但笔者在此进行了改编,意图在于让学生能主动用符号描述这种变化的过程,进一步强化学生主动用符号去表示一个变化数的意识,即进一步渗透第一层符号意识。在本环节教学中,同时需渗透怎样用符号描述数量关系的符号意识,体现第二层的符号意识。本设计在该环节对教材进行了较大的重组,其本质是培养学生用数学的方式解决问题的能力。

### 2.3 环节3:用字母表示数量关系

**问题1:**根据刚才所学,完成下列填空:

(1)小明今年 $n$ 岁,小明比小丽大3岁,小丽今年\_\_\_\_\_岁。

(2)一件羊毛衫标价 $a$ 元,若按标价的70%(7折)出售,则这件羊毛衫的售价是\_\_\_\_\_元。

(3)某城市5年前人均收入为 $n$ 元,预计今年人均收入是5年前的2倍多500元,今年人均收入将达到\_\_\_\_\_元。

**问题2:**某剧院第一排有 $m$ 个座位,后面每排比前面多1个座位,则第2排有\_\_\_\_\_个座位,第10排有\_\_\_\_\_个座位,如何表示剧院中某排的座位数?

**问题3:**根据所学,完成下列问题:

(1)如图4,长方体的体积是\_\_\_\_\_,表面积是\_\_\_\_\_。

(2)图5中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_,周长是\_\_\_\_\_。

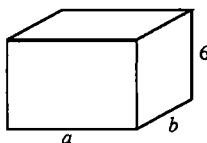


图4

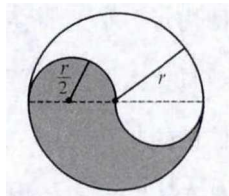


图5

**设计说明:**当我们有意识地主动用符号表示数后,接着就要考虑如何用符号描述数量之间的关系,它是符号意识的第二层体现,即利用符号来描述问题情境中的量与量的关系。本环节的设计着重强调这种第二层的符号意识,用符号来描述数量关系和变化规律。问题1是常见的用符号来描述一些相关的数量关系。问题2是用符号来描述变化中的数量关系。问题3是在几何问题情境中用符号来描述一些相关的数量关系。这些数量关系的建立是后续进一步学习代数式、方程、应用题、函数等内容以及渗透数形结合思想的需要,尤其是进行符号运算和推理的需要。教材在该部分内容编排时,从生活、代数、几何等视角突出如何用符号描述数量之间关系,渗透第二层符号意识。因此本教学设计在该环节上的目标指向性与教材一致,仅仅对教材内容进行适度的选择性重组。

### 2.4 环节4:初步运用字母进行运算与推理

**问题1:**如图6(1),大圆内有3个完全一样的小圆,你认为大圆的周长与三个小圆周长之和哪一个大?请你猜一猜,并用学过的知识和数学方法验证你

的猜想。

**问题 2:** 如果其他条件不变, 大圆内小圆的半径不相等(如图 6(2)), 那么小圆周长之和与大圆的周长有什么关系呢?

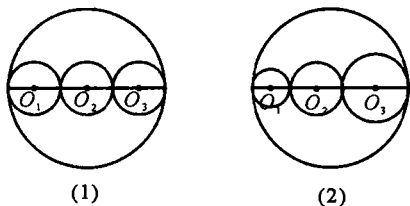


图 6

**设计说明:** 本环节的设计, 一方面进一步提供数学问题中渗透主动运用符号的意识以及运用符号表示的数量关系, 另一方面初步让学生感知利用符号进行运算与推理, 这种用符号表示数后进行数学运算与推理是第三层的符号意识体现, 它是发展学生数学思维, 特别是抽象思维的重要途径。问题 1 中设大圆的直径为  $d$  (体现第一层运用符号表示数的符号意识), 则大圆内每个小圆的直径为  $\frac{d}{3}$  (体现第二层运用符号表示数量关系和变化规律的符号意识), 而大圆内 3 个小圆的周长和为  $3 \times \pi \times \frac{d}{3} = \pi d$ , 大圆的周长为  $\pi \times d = \pi d$ , 所以, 大圆的周长与三个小圆周长之和相等 (体现第三层使用符号可以进行运算和推理的符号意识), 整个过程让学生充分体会了符号意识的三个层面。同理可得问题 2 中大圆的周长与小圆周长的和相等。本环节通过学生熟悉的圆周长用字母表示后, 说明周长的关系, 这种运算推理, 学生具有一定的经验, 能够完成。当然符号运算与符号推理在今后的数学学习中会大量涉及, 在这里不宜过多的拓展, 只是让学生体会当字母表示数后, 我们还可以做进一步的运算与推理, 进一步认识字母表示数的作用。该环节的设计内容在教材中没有体现, 也就是说教材没有关注用符号进行推理的第三层次符号意识的渗透。因此, 为了完整地体现符号意识, 本设计增加了该部分的内容。

### 3 设计思考

#### 3.1 这节课要让学生感悟什么?

“字母表示数”是从算术形态走向代数形态的学习内容, 是从算术运算走向代数运算的第一课。那么, 在这样具有转折意义的第一课, 到底要让学生感

悟什么? 其实, 在这节课中, 我们要让学生感悟四个方面的意义: 一是字母表示数的好处, 二是主动去用符号表示数, 三是能用符号来表示数量关系及规律, 四是能用符号进行初步的符号运算与符号推理。当然, 我们在每一部分的内容中并不要探究得太深。比如在“环节 3”中的问题 2 情境中, 利用符号来探究规律时, 不要陷于规律的各类方法探究中, 而是要让学生初步感悟它可以表示数量关系及规律。在“环节 4”中, 我们不要在推理上渗透过多, 这里仅仅是让学生初步体会可以进行数学符号运算与推理。因而这节课仅仅是让学生初步整体去从这四个视角感悟“字母表示数”。同时, 教师在教学设计时, 应在正确理解课标对教学内容的要求后, 对教材内容进行重新审视, 也可适度重新组合。

#### 3.2 今后的教学要关注什么?

本节内容教学后, 学生进入了代数的学习领域, 那么在代数的学习领域中, 我们一方面进行了大量的式的运算, 大量方程的研究, 函数的研究, 但在这些研究过程中, 往往强化了用符号建立数量关系和符号运算, 而忽视主动应用符号去解决问题的意识以及推理意识的渗透。尤其是在用多个字母表示数的问题情境中更是缺少主动应用符号去解决问题的意识以及缺乏推理能力。比如, 如图 7 所示

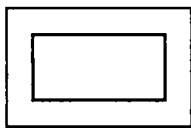


图 7

的边框宽度相同的镜框, 内外矩形是否相似。学生在处理这个问题时, 往往会凭直觉得出内外两个矩形是相似的错误判断, 缺少用符号去表示图形中相关量的意识, 更缺少用代数的方式去进行推理说明。事实上, 设外边框两边长为  $a, b$ , 框的四周宽均为  $x$ , 则内框两边长分别为  $a-2x, b-2x$ , 如果内、外镜框相似, 只要满足  $\frac{a}{b} = \frac{a-2x}{b-2x}$ , 变形得  $ab-2ax = ab-2bx$ , 即  $2ax = 2bx$ , 因为  $x \neq 0$ , 所以  $a = b$ 。上述推理过程说明: 只有当  $a = b$ , 则有  $\frac{a}{b} = \frac{a-2x}{b-2x}$ , 若  $a \neq b$ , 则  $\frac{a}{b} \neq$

$\frac{a-2x}{b-2x}$ , 也就是说, 如果原镜框是正方形, 则内、外框相似, 如果原镜框不是正方形, 则它们不相似。因此, 在后续的数学教学中, 我们要整体渗透三层符号意识。当然, 完整的用字母表示数的思想建立, 不能仅仅依赖于一节课来完成, 需要低起点、慢渗透、重体验, 逐步帮助学生循序渐进地建立符号意识。